

激波与双曲守恒律方程 数学理论研讨会

(二)

高维黎曼问题：进展与挑战

华东师范大学数学科学学院
上海市核心数学与实践重点实验室

2019年3月30日—31日，上海

会议简介

为促进我国双曲守恒律偏微分方程及激波的数学理论的研究，给研究人员及研究生提供交流、探讨和学习的机会，我们拟举办“激波与双曲守恒律方程数学理论研讨会”系列学术活动，以探讨本领域研究发展趋势、把握关键科学问题、交流新思想新方法，促进学科交叉融合发展和重要问题的解决。

(一)目的：基于近年来高维黎曼问题研究取得的重要突破和面临的挑战，我们拟围绕“高维黎曼问题”及相关数学问题，于2019年3月30日—31日在华东师范大学举办一次研讨会，邀请国内部分专家介绍近年来高维黎曼问题研究所取得的主要成果和有待解决的重要问题；学习、交流新的研究方法和思路；阐释、分析目前数值计算及理论研究中涉及声速线、跨音激波、混合型方程、非光滑区域椭圆型方程边值问题等的典型困难；讨论、凝练、提出若干有意义的简化的典型问题，以促进相关研究。

蒙陈恕行先生慨允，我们将他于2015年1月7日在华东师范大学数学系向青年教师和研究生介绍他关于在数学研究中如何选题和攻坚的经验及思考的报告的底稿作为本次会议程序册的一部分。陈老师指出，作研究“要选有发展前景的课题：有长远目标，又有当前切入点；对长远战略目标有具体战术步骤，对相关的问题能有难易之分，有前后之序，不至于做完了一个就不知道下面做什么。”我们的目的，就是希望通过各位与会者的积极有效的交流讨论，将上述思想落实，切实促进本领域的深入发展。

(二)历史：2018年12月1日—2日，我们已在上海师范大学举办了

“双曲守恒律方程测度值解研讨会”。(部分与会师生合影请见下页。)

(三) 联系人: 本次研讨会的组织者是袁海荣(华东师范大学)、屈爱芳(上海师范大学)、余磊(同济大学)。我们的联系方式是:

袁海荣(电话: 13764387644; 邮件: hryuan@math.ecnu.edu.cn);

屈爱芳(电话: 15821754385; 邮件: afqu@shnu.edu.cn);

余磊(邮件: yu.lei@tongji.edu.cn)。

(四) 致谢: 本次会议得到国家自然科学基金、华东师范大学数学科学学院、上海市核心数学与实践重点实验室的大力资助和支持。感谢黄侠博士、赵勤博士, 以及博士生高俊磊、金云娟, 硕士生张璐、韩敬文等的协助!

(五) 说明: 为节约起见, 会议结束后您可以把印有您姓名和工作单位的吊牌留给我们会议服务人员, 以便您下次来参会时继续使用。

本次会议组织、服务不周之处敬请告知我们, 以便我们今后改进。谢谢!



目 录

会议简介	i
第一部分 会议日程安排	1
第二部分 报告题目及摘要	7
第三部分 谈数学研究的选题与攻坚	13
第四部分 部分参会人员名单	19
第五部分 交通和住宿信息	23

第一部分 会议日程安排

3月29日，星期五，下午

14:00 — 21:00 会议报到

地点：沪华国际大酒店大厅。

酒店地址：上海市闵行区剑川路368号（剑川路虹梅南路路口东北角）。

电话：021-64508999。

会议日程简表

3月30日（星期六）

主持人	袁海荣	主持人	张永前
8:40—9:00	签到	13:30-14:30	黄飞敏（报告）
9:00—9:10	学院领导致辞	14:30-14:50	休息、讨论
9:10-10:10	陈恕行（报告）	14:50-15:50	盛万成（报告）
10:10-10:30	休息、讨论	15:50-16:10	休息、讨论
10:30-11:30	李杰权（报告）	16:10-17:10	屈爱芳（报告）
11:30-12:00	休息、讨论、拍照	17:10-17:30	休息、讨论
12:00-13:00	午餐（秋实阁）	18:00-20:00	晚餐（沪华）

3月31日（星期日）

主持人	屈爱芳	主持人	余磊
8:40—9:40	李明杰（报告）	13:00-14:00	赖耕（报告）
9:40—9:50	休息、讨论	14:00-14:10	休息、讨论
9:50-10:50	向伟（报告）	14:10-15:10	方北香（报告）
10:50-11:00	休息、讨论	15:10-15:20	休息、讨论
11:00-12:00	阮卓娉（报告）	15:20-15:50	总结、讨论
12:10-13:00	午餐（秋实阁）	15:50-16:50	自由讨论
		17:00-19:00	晚餐（秋实阁）

会议地点

华东师范大学闵行校区数学楼102报告厅。（上海市闵行区莲花南路5005号）

秋实阁餐厅位于数学楼西南侧50米处二楼。

3月30日，星期六，上午

8:40—9:00 签到、领取会议资料

主持人 袁海荣

9:00—9:10 贾挚（数学科学学院党委书记）：会议开幕式致辞

9:10—10:10 陈恕行：关于高维黎曼问题的研究

- 10:10 — 10:30 休息、讨论
- 10:30 — 11:30 李杰权：黎曼问题与广义黎曼问题：理论、计算与应用
- 11:30 — 12:00 休息、讨论、拍照
- 12:00 — 13:00 午餐：数学楼西南侧秋实阁2楼

3月30日，星期六，下午

主持人 张永前

- 13:30 — 14:30 黄飞敏： L^1 convergence to the Barenblatt solution for compressible Euler equation with damping
- 14:30 — 14:50 休息、讨论
- 14:50 — 15:50 盛万成： Two-dimensional Euler equations in pseudo-steady flow for conservation laws
- 15:50 — 16:10 休息、讨论
- 16:10 — 17:10 屈爱芳： Chaplygin气体的两维黎曼问题
- 17:10 — 17:30 休息、讨论
- 18:00 — 20:00 晚餐：沪华大酒店二楼国11厅

3月31日, 星期日, 上午

主持人 屈爱芳

8:40 — 9:40 李明杰: Construction of the Semi-hyperbolic Patch
Waves to the Two-dimensional Euler Equations

9:40 — 9:50 休息、讨论

9:50 — 10:50 向伟: Uniqueness for shock reflection problem

10:50 — 11:00 休息、讨论

11:00 — 12:00 阮卓娉: Hyperbolic problems with totally characteristic
boundary

12:10 — 13:00 午餐: 数学楼西南侧秋实阁2楼

3月31日, 星期日, 下午

主持人 余磊

13:00 — 14:00 赖耕: Characteristic decompositions and wave interactions for the 2D compressible Euler equations

14:10 — 14:10 休息、讨论

14:10 — 15:10 方北香: On Admissible Locations of Transonic Shock-Fronts for Full Euler Flows in an Almost Flat Finite Nozzle

- 15:10 — 15:20 休息、讨论
- 15:20 — 15:50 会议总结、讨论
- 15:50 — 16:50 自由讨论
- 17:00 — 19:00 晚餐：数学楼西南侧秋实阁2楼

第二部分 报告题目及摘要

关于高维黎曼问题的研究

陈恕行

(复旦大学, 中国科学院院士)

非线性守恒律方程组的高维黎曼问题是一个重要的研究课题。本报告将阐述问题的背景与意义, 回顾其研究历史与取得的进展, 并对其关键的困难与发展前景进行探讨。

黎曼问题与广义黎曼问题: 理论、计算与应用

李杰权

(北京应用物理与计算数学研究所)

本报告将从理论、应用的角度汇报个人对黎曼问题的粗浅理解, 并结合科学计算谈谈相关联的广义黎曼问题的重要性。

L^1 convergence to the Barenblatt solution for compressible Euler equation with damping

黄飞敏

(中科院数学与系统科学研究院)

In this lecture, I will present recent works on the convergence rate to the Barenblatt solution for compressible Euler equation with damping.

Two-dimensional Euler equations in pseudo-steady flow for conservation laws

盛万成

(上海大学)

In this talk, we will show some theoretical and numerical results of the two-dimensional Euler equations in pseudo-steady flow for conservation laws.

Chaplygin 气体的两维黎曼问题

屈爱芳

(上海师范大学)

我们将介绍Chaplygin气体欧拉方程组的几个性质，其两维黎曼问题的部分结果，以及几个待解决问题的难点。

Construction of the Semi-hyperbolic Patch Waves to the Two-dimensional Euler Equations

李明杰

(中央民族大学)

We present a characteristic decomposition of the Two-dimensional Euler Equations in the self-similar plane. The decomposition allows for a proof that we construct semi-hyperbolic patches of solutions, in which one family out of two nonlinear families of characteristics starts on sonic curves and ends on transonic shock waves, to the two-dimensional Euler equations. This type of solution appears in the transonic flow over an air-foil and Guderley reflection, and is common in the numerical solutions of Riemann problems.

Uniqueness for shock reflection problem

向伟

(香港城市大学)

We discuss the uniqueness of shock reflection problem governed by the potential flow equation in a natural class of self-similar solutions. The approach is based on a version of method of continuity. A property of solutions important for the proof of uniqueness is the convexity of the free boundary. So we will also discuss our recent result on the convexity. This talk is based on joint work with G.-Q. Chen and Mikhail Feldman.

Hyperbolic problems with totally characteristic boundary

阮卓婷
(南京大学)

We discuss first-order $N \times N$ hyperbolic systems

$$\begin{cases} \partial_t u + xA(t, x, y)\partial_x u + \sum_{j=1}^d B_j(t, x, y)\partial_j u = f(t, x, y), \\ u|_{t=0} = g(x, y), \end{cases} \quad (2.1)$$

where $(t, x, y) \in (0, T) \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^d$, $\partial_j = \partial/\partial y_j$, and $A, B_j \in C^\infty([0, T] \times \overline{\mathbb{R}_+} \times \mathbb{R}^d; M_{N \times N}(\mathbb{C}))$. Note that the boundary at $x = 0$ is totally characteristic due to the factor x in front of the coefficient A .

Assuming that the differential operator

$$\partial_t + xA(t, x, y)\partial_x + \sum_{j=1}^d B_j(t, x, y)\partial_j$$

is hyperbolic in the sense that the matrix

$$A(t, x, y)\xi + \sum_{j=1}^d B_j(t, x, y)\eta_j,$$

for $(t, x, y, \xi, \eta) \in [0, T] \times \overline{\mathbb{R}_+} \times \mathbb{R}^d \times (\mathbb{R}^{1+d} \setminus 0)$ has real semisimple eigenvalues of constant multiplicities, we prove the well-posedness of Eq. (2.1) in Sobolev spaces and in weighted Sobolev spaces. More specifically, we

show that the solution u admits an asymptotic expansion of the form

$$u(t, x, y) \sim \sum_{(p,k)} x^p \log^k x u_{pk}(t, y) \quad \text{as } x \rightarrow +0$$

provided that the right-hand side $f(t, x, y)$ and the initial condition $g(x, y)$ have such asymptotic expansions. Moreover, the coefficients $u_{pk}(t, y)$ are uniquely determined by the data (f, g) as solutions to certain first-order hyperbolic systems in $(0, T) \times \mathbb{R}^d$.

We also briefly indicate physically interesting applications to the compressible Euler equations. This is joint work with Ingo Witt (Göttingen).

Characteristic decompositions and wave interactions for the 2D compressible Euler equations

赖耕
(上海大学)

We will introduce the characteristic decompositions for the 2D steady and pseudo-steady full Euler equations. Using these characteristic decompositions, we construct global supersonic flow solutions to several types of wave interactions, including rarefaction wave interaction, jump-fan composite wave interaction, and fan-jump-fan composite wave interaction.

On Admissible Locations of Transonic Shock-Fronts for Full Euler Flows in an Almost Flat Finite Nozzle

方北香

(上海交通大学)

In this talk, we are concerned with the inviscid 2-D steady Euler flow pattern with a single shock front in an almost flat finite nozzle, which enters the nozzle with a supersonic state and leave with a subsonic one. The nozzle is almost flat in the sense that its boundary is a general perturbation of a flat one. We are going to determine the whole flow pattern, including the location of the shock front, the supersonic flow field ahead of it and the subsonic flow field behind it, with the prescribed receiver pressure at the exit of the nozzle. The key difficulty is the information of the approximate location of the shock front. We are going to overcome this difficulty by designing a free boundary problem for the linearized Euler system which will yield useful information on the initial approximation location of the shock front. With these information, we can then further apply a nonlinear iteration scheme to determine the whole flow patten in the nozzle, including the location of the shock front. This is a joint work with Prof. Zhouping Xin.

第三部分 谈数学研究的选题与攻坚

陈恕行¹

在科学上没有平坦的大道，只有不畏劳苦沿着陡峭山路攀登的人，才有希望达到光辉的顶点。

——马克思

一、科学研究的一般经历

著名的王国维治学“三境界”说：

“古今之成大事业、大学问者，罔不经过三种之境界：‘昨夜西风凋碧树。独上高楼，望尽天涯路。’（北宋晏殊）此第一境界也。‘衣带渐宽终不悔，为伊消得人憔悴。’（北宋柳永）此第二境界也。‘众里寻他千百度，蓦然回首，那人正在灯火阑珊处。’（南宋辛弃疾）此第三境界也”。

王国维的做学问三境界，也可以理解为数学研究的三种状态：“独上高楼，望断天涯路”是指选题要高远、不要盲从潮流；“衣带渐宽终

¹这是陈恕行先生于2015年1月7日在华东师范大学数学系向青年教师和研究生介绍他关于在数学研究中如何选题和攻坚的若干问题的经验及思考的报告的底稿，蒙陈老师慨允附在此处，供大家参考。该报告为青年研究人员、研究生如何做好研究提供了宝贵的建议，是论文和书籍上找不到的；从另一个角度讲，该报告也为青年教师写好基金项目申请书提供了重要启发。

不悔”指研究中的辛苦探索；“蓦然回首”指长期琢磨后灵感出现，发现关键点，取得突破。关于王国维治学学说已有很多人做过详细的解读，我在此不再重复。以下只结合数学研究与本人实际的见闻谈几点体会。

二、数学研究选题

选题离不开数学研究的目的。当前国家强调科学研究必须立足于国家经济发展与国力提升的重大需求或者是科学理论发展中重大的根本性科学问题的探索。数学作为高新技术的内核、作为探索新知识的先导，更应坚持这一目标。要记住基于国家经济建设国防建设需要（应用）与基本理论发展的需要（理论）而从事研究是为了解决问题，不是为论文而论文。

例如，谷超豪先生当年提出的超音速绕流、激波反射都是大问题，有明确背景与需要，也有足够的理论难度。

随着现代科学发展，这样的问题还很多，例如液晶、低温超导、等离子体、量子计算、密码通讯、纳米技术、基因结构、大数据处理等等值得参与从建模到求解的整个过程。这里，有偏微分方程，也有数值计算、概率统计、代数、组合等，但偏微分方程在很多场合出现。

数学本身有许多深刻的理论问题，多年未解决的难题。如七大千禧年难题（N-S方程的整体解也在其中）、哥德巴赫猜想等等。它们涉及多个数学分支，是数学综合实力的考验。科技部、教育部、自然科学基金委、中科院等联合组织的“10000个科学难题（数学卷）”也提出了各个领域中的许多关键问题。

选题还要结合本人的实际。有目标也要有步骤，一步一个脚印。简言之，要有路线图。不能大家都去做世纪难题，对难题也有不同的做法，要了解目前该问题研究道路上的主要障碍，有针对性地去攻克。我为什么不做N-S方程？不做费尔马定理的证明？就是对自身能力做一个估计，觉得不具备条件，相距太远。一般来讲，了解一个重要问题后，先要对这个问题的背景、以前别人做的情况，在哪里受的挫折、跌的跟斗有个了解，否则就不要贸然入手。例如若想做Riemann猜想，可先看看“Riemann猜想漫谈”一书，如能读懂全书，则对于入手是否合适，该如何入手会有比较切合实际的想法。

总之，要选有发展前景的课题：有长远目标，又有当前切入点；对长远战略目标有具体战术步骤，对相关的问题能有难易之分，有前后之序，不至于做完了一个就不知道下面做什么。

就偏微分方程来说，混合型方程从1923年形成一个方向以来，一直是困难而进展甚少的领域，尤其是非线性混合型方程，应该是偏微分方程发展的制高点。（尤其对兼具有椭圆型、双曲型偏微分方程研究队伍的单位，混合型方程应该是不错的长远的选择。我在2011年呼吁过，响应者不多。）

常见的几个错误观点与做法：

“心中没有题目，只知道请老师给题目”，这样即使是到国外进修，到各地交流，只是在不同地方为不同老板打工。

“给自己定调，我是做XX方程XX方法的”，始终停留在当年老师给的方向上，断不了奶。

“为论文而论文”，“选题时只是捡漏补缺，只是推广，推而又推”。（例如上世纪80年代曾有许多人热心于容易上手的样条函数、不

动点定理等，一哄而上，以后甚至被有些杂志限制投稿，尔后才逐渐退潮)。

对研究的应用背景不了解，人云亦云，实际对该学科或有关的应用一点都不了解。

三、数学研究的开展与攻坚

做科学研究都是一个艰苦的过程，而数学研究尤甚。它的特殊点在于一点不能有错，留下gap的证明就不能算证明。夜不能寐是常事，多日无果不稀奇。牢记马克思的教导。不要怕困难，必要时补有关知识，要充电。

例如，我们80年代对微局部分析的攻坚——当时在王柔怀、齐民友先生的领导下发扬敢死队精神，啃了硬骨头，弥补了学科的空白，以后能与国际同行对话，也使我们对非线性守恒律的研究上了一个层次。

常见的一些错误观点与做法：

缺乏克服困难的勇气与主动性，拿到问题就先问有什么方法可以参考。在了解问题后把困难复述一遍就等老师来解答。

希望找容易的做，“只是照已有的好文章做方法copy”是初入门者易犯的错误做法。要知道只有克服了困难的结果才可能是好结果，类似copy的结果如白开水一样淡而无味。

“多次对同一类型而稍有不同形式的方程用相似的方法得出相似的结果”。

“好思想未充分阐发，好题目写到一半结论不干净，觉得再往下做太难，转身又去挑容易出结果的问题。把原来好好的题目做成夹生

饭”。

“一篇文章当几篇写”，“一个结果分成几个结果写出，文章看来多了，但每个结果都缺少分量”。

这里还有科研道德问题，如一篇论文改头换面发在几个地方，或者不认真克服关键困难，而忙着发声明、做夸大宣传等，这也有损于本人的学术声誉。

有人觉得论文的压力太大，每年要总结、急着汇报是促成心态浮躁的外部原因。对此我们得冷静客观地对待。一般来说，在一个层次上出一些文章后得考虑上一个层次，这样在数量质量上都不断有前进。既避免长久不出成果的压力，也避免质量上不去的弊病。

要认真对待他人的意见，如审稿意见等。每一环节都不要马虎。例如文章结构的组织、引言的写作、语言的表达，英语语法等等，都不要小看。一篇论文一般只能退稿一次。本人的声誉也是在投稿过程中建立的。一旦落下一个坏声誉，要改变不是那么容易的。

今天各位年青同志的研究条件是历史上最好的。要充分珍惜，将年青的优势发挥到最充分。习惯于推广、仿照、追随，缺乏创新是由长期的传统思维所造成的。纵然现在国家上下一直强调创新，真正贯彻到工作中不容易。在研究工作的选题上，要有大志，不是为交账为生活写论文。要甘于刻苦，耐得住寂寞、沉得住气、坐得住冷板凳，不要追求数量，忽视质量。要有志气出高质量成果，破解数学难题，敢于在年青时闯出新局面。

最后，再次与大家以马克思的教导共勉之！

第四部分 部分参会人员名单

教师

	姓名		单位
1	陈恕行	中国科学院院士	复旦大学
2	陈建军	讲师	浙江科技学院
3	陈亭亭	讲师	中国地质大学
4	丁敏	副教授	武汉理工大学
5	方北香	教授	上海交通大学
6	何小清	研究员	华东师范大学
7	胡殿	副教授	华东理工大学
8	胡燕波	副教授	杭州师范大学
9	黄飞敏	研究员	中科院数学与系统科学研究院
10	黄守军	教授	安徽师范大学
11	黄侠	博士	华东师范大学
12	蒋伟峰	讲师	中国计量大学
13	赖耕	副教授	上海大学
14	李杰权	教授	北京应用物理与计算数学研究所
15	李明杰	副教授	中央民族大学
16	刘见礼	副教授	上海大学
17	刘莉	副教授	上海对外经贸大学
18	麻希南	教授	华东师范大学

	姓名		单位
19	潘兴斌	教授	华东师范大学
20	屈爱芳	教授	上海师范大学
21	阮卓娉	副教授	南京大学
22	盛万成	教授	上海大学
23	王亚光	教授	上海交通大学
24	王丽	副教授	上海电机学院
25	王丽萍	教授	华东师范大学
26	王泽军	教授	南京航空航天大学
27	向伟	助理教授	香港城市大学
28	许孟	副教授	南京理工大学
29	叶东	教授	华东师范大学
30	余磊	助理教授	同济大学
31	袁海荣	教授	华东师范大学
32	张艳艳	副教授	华东师范大学
33	张永前	教授	复旦大学
34	赵纯奕	副教授	华东师范大学
35	赵勤	博士	上海交通大学
36	周风	教授	华东师范大学

研究生

	姓名		单位
37	董美霞	硕士生	上海师范大学
38	高俊磊	博士生	华东师范大学
39	高欣	博士生	上海交通大学
40	郭倩	博士生	华东师范大学
41	韩敬文	硕士生	华东师范大学
42	蒋苏	硕士生	上海交通大学
43	金云娟	博士生	华东师范大学
44	龙柄菘	博士生	复旦大学
45	孙利娟	硕士生	上海师范大学
46	王凤雯	硕士生	上海师范大学
47	王祥	博士生	上海交通大学
48	魏凤伦	博士生	上海大学
49	徐杰雯	硕士生	上海师范大学
50	张璐	硕士生	华东师范大学

第五部分 交通和住宿信息

本次会议住宿预订酒店：沪华大酒店。酒店地址：上海市闵行区剑川路368号（剑川路虹梅南路路口东北角）。电话：021-64508999。

该酒店位于华东师大闵行校区校园外东北侧，行人可沿虹梅南路向南或剑川路向西，从东门或北门进出校园。（参见下页地图。两地相距约1.8千米，步行约需20分钟。）

华东师大闵行校区毗邻上海交通大学闵行校区，位于其东侧，目前交通尚不便捷，建议您提前通过高德地图等出行工具规划路线和时间。以下信息供参考。

（一）如果您乘列车到达上海站或上海南站，可乘地铁1号线（莘庄方向）到终点站莘庄站，站内换乘地铁5号线。（该站为地铁5号线起点站。）乘地铁5号线到剑川路站，转乘“闵吴线”公交车到剑川路虹梅南路（友爱中学）站下车，路北侧即沪华大酒店；或乘5号线到东川路站，乘坐“江川3路”公交车到虹梅南路剑川路站下车。从5号线剑川路地铁站乘出租车到沪华大酒店，车费在20元以内。（上海出租车车型不同，起步价不同；白天和深夜单位路程车价也不同。）

（二）如果您乘坐列车或飞机到达上海虹桥高铁站或虹桥机场，可乘坐公交“虹桥枢纽4路”到东川路莲花南路站，华东师大校园位于东北侧。也可在该站转乘958路或闵行11路到剑川路虹梅南路站到达酒店。如果直接从虹桥乘坐出租车，白天车费在120元左右。（如果走S4高速公路，有5元通行费。）



从沪华大酒店(A)到数学楼(B)的建议步行路线

(三) 如果您到达浦东国际机场, 建议乘坐出租车, 白天车费在160元左右。(S32申嘉湖高速转S4到剑川路出口, 另付通行费20元。)

(四) 自驾车: 请提前将您的车牌号发给我们, 以便为您办理机动车入校和停车手续。(酒店停车位紧张, 建议将车辆停在校园内。)

(1) 自S4沪金高速到剑川路闸口, 出闸口后经转盘到剑川路后左转, 向东行驶到莲花南路, 右转沿莲花南路行驶到第二个红绿灯左转进入华东师大西门。进门后看到右前方白色外墙建筑即数学楼。

(2) 市区经中环、虹梅南路高架到放鹤路下闸口, 继续沿虹梅南路地面道路向前(南方)直行到剑川路, 沪华大酒店在路口东北角。到达剑川路后右转, 沿剑川路直行到莲花南路左转, 从西门进入校园。

(五) 数学楼位于校园西侧, 图书馆西南侧。图书馆为校园内标志性建筑, 其主楼是玻璃幕墙的圆柱形建筑, 较易辨认。数学楼旁有停车场。

